

Réservations de cotation, données manquantes et procédures d'ajustement

Kaouther JOUABER *

Résumé

Lorsqu'un titre du marché parisien est réservé de cotation, sa vraie valeur qui continue à fluctuer, ne peut être appréciée. Les réservations de cotation sur la Bourse de Paris génèrent donc des données manquantes dans les bases de données de cours. Ne pas en tenir compte risque de biaiser les résultats, voire les rendre incohérents. Différents estimateurs du prix d'équilibre manquant sont proposés et testés. Il existe des estimateurs appropriés pour chaque fréquence d'extraction des données, et pour chaque méthodologie de recherche suivie.

1 Introduction

Les prix de transaction constituent la mesure empirique la plus universelle de la vraie valeur des titres cotés. Cependant, lorsqu'un titre du marché parisien est réservé de cotation, cela se traduit par un silence au niveau des cours cotés. Aucune transaction ne peut avoir lieu, et donc aucun prix n'est disponible sur une période allant de 15 mn, durée théorique de la réservation, jusqu'à plusieurs séances en cas de réservations répétées. La vraie valeur du titre qui continue à fluctuer, ne peut être appréciée. En effet, si les prix de transaction sont contraints, la vraie valeur, elle, évolue librement.

Une réservation sur la Bourse de Paris n'est autre qu'une annulation d'une transaction qui aurait pu avoir lieu à un prix dépassant le seuil de variation autorisé. Ce *prix* non réalisé, s'il était observable, il continuerait à traduire la valeur du titre. Cependant, les bases de données disponibles n'en font pas état et ne donnent, par ailleurs, aucune indication sur l'existence de la réservation. Par conséquent, pendant toute la durée de l'interruption de cotation, hormis le fait que la vraie valeur reste non observable, l'utilisateur de la base de données de cours reste inconscient de cette période de silence réglementaire.

Dans la constitution d'un historique quotidien de cours par exemple, si on retient le dernier cours coté à chaque séance, et que la période de cotation s'est clôturée sur

*CEREG Université de Paris IX Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 Paris cedex 16. Tel : 01 44 05 46 39, Fax : 01 44 05 40 23, e-mail : jouaber@etud.dauphine.fr

une réservation, le dernier cours coté constitue une estimation partiellement biaisée de la vraie valeur.

Contrairement aux données parisiennes, sur d'autres marchés boursiers, un indicateur sur la vraie valeur est disponible à chaque réservation ; il s'agit souvent de la limite de cours franchie. Les bases de données de cours en font état.

En outre, les observations empiriques attribuent aux réservations de cotation, des effets sur la volatilité, le volume et l'asymétrie d'information. Dans une étude d'événement, par exemple, ces effets se retrouveront dans les résultats pour accentuer ou atténuer l'impact de l'événement testé.

Les réservations de cotation sur la Bourse de Paris génèrent donc des données manquantes dans les bases de données de cours. L'utilité de la réintroduction d'une estimation de la valeur d'un titre quand celui-ci est réservé, trouve une justification dans le gain en cohérence des résultats obtenus.

L'objet de cette étude est de définir une méthode permettant de tenir compte des réservations de cotation dans les études empiriques. Plus précisément, il s'agit de mettre au point un estimateur de la valeur lorsque celle-ci n'est pas observable durant les périodes où le titre est réservé. Une revue des études empiriques qui tiennent compte de l'existence de prix réservés est présentée dans la deuxième section. Dans les troisième et quatrième sections, sont exposées les méthodes alternatives d'ajustement pour les réservations de cotation. La cinquième partie de ce document, compare ces différentes méthodes selon une méthodologie par simulation. Les conclusions de l'étude sont tirées dans la dernière section.

2 Revue de la littérature empirique

Le premier à s'être rendu compte du problème que posaient les réservations de cotation, était Roll en 1984 dans son étude sur les futures sur jus d'orange.

L'auteur estime les coefficients du modèle :

$$\ln\left(\frac{A}{F}\right)_t = a + b_{-2}R_{t-2} + b_{-1}R_{t-1} + b_0R_t + b_1R_{t+1} + b_{+2}R_{t+2} \quad (1)$$

où $\left(\frac{A}{F}\right)$ est le quotient de la température actuelle par la température prévisionnelle et R_t la rentabilité sur la séance t .

Dans un premier temps, Roll(1984) utilise les données telles quelles. Il aboutit à un résultat totalement incohérent avec un coefficient b_{+2} négatif et significatif, faisant des rentabilités ultérieures, une variable explicative de l'écart de prévision de la température.

Dans un deuxième temps, l'auteur corrige ses données pour les *price limits*, et ce de deux façons différentes. Les coefficients des rentabilités futures cessent alors d'être

significatif. Roll (1984) en conclue que les prix des futures sont rendus non efficients sur un plan informationnel par l'existence de limites sur les variations des prix.

Naughton et Theobald (1993) constatent que six jours après, la rentabilité d'un titre réservé à la hausse continue à être positive, et celle d'un titre réservé à la baisse, à être négative. Ils en concluent à la proposition que les *price limits* prolongent le processus de prix efficients de telle sorte que l'intégration dans les prix d'une nouvelle information peut prendre plusieurs séances.

Lee et Chung (1996) adhèrent à l'idée que les limites de prix introduisent une corrélation sérielle dans les prix des actifs financiers. Pour tester l'effcience du marché des actions coréen (le KSE), ils testent l'hypothèse de martingale, selon laquelle le prix d'aujourd'hui est le meilleur estimateur du prix de demain. La démarche consiste à tester la nullité du coefficient de la régression de la rentabilité de $t+1$ sur celle de t . Pour ce faire, ils disposent d'un ensemble de données sur 30 titres. La différenciation de l'effet des limites de prix est faite par l'utilisation de quatre sous-échantillons. Dans le premier, ils intègrent seulement des prix non limités. Dans le deuxième, ils regroupent les prix touchant une limite en $t-1$, ce qui induit une variable indépendante sujette à des réservations. Le troisième sous-échantillon renferme des prix limités en $t+1$, autrement dit, des limites de prix jouant sur la variable dépendante. La dernière série de leur étude comporte des données telles que la limite peut être présente aussi bien dans la variable dépendante que dans la variable indépendante. L'hypothèse d'effcience est rejetée en utilisant l'échantillon intégral. C'est aussi le résultat obtenu avec le quatrième sous-échantillon. Toutefois, l'effcience est prouvée sur les données de la première série qui écarte les prix touchant la limite. Les auteurs attribuent donc le rejet de l'hypothèse d'effcience au biais introduit par les limites imposées sur le mouvement des prix. La preuve à leur conclusion est trouvée dans la partie suivante de leur étude. Ils introduisent dans leurs séries de données un estimateur pour les prix qui touchent une limite. Le résultat trouvé après cette correction corrobore l'hypothèse de l'effcience des marchés.

Ce n'est cependant pas l'avis de Kaudres (1993) qui écarte toute altération possible des résultats attribuable aux limites de prix imposées sur les futures sur devise. Elle rapporte à la page 486 :

... researchers using foreign exchange futures data no longer need to be concerned about the effects of price limits when performing tests of unbiasedness.

L'auteur teste en effet l'hypothèse de martingale sur le marché des futures sur devise en ajustant d'abord pour les limites de prix. L'hypothèse est rejetée pour quatre devises sur cinq étudiées. Mais en considérant en plus un modèle de variance conditionnelle, une seule devise ne vérifie désormais pas cette hypothèse. Ces résultats permettent à l'auteur de conclure au fait que la variance conditionnelle est le seul élément dont il faut tenir compte dans le test de l'hypothèse de martingale, et que ce n'est pas le cas pour les limites de prix. Une critique lui est cependant adressée par Lee et Chung (1996). Ces auteurs remarquent, en effet, que Kaudres(1993) utilise un estimateur pour les prix réservés uniquement pour la variable indépendante. La variable dépendante est en revanche laissée telle quelle avec des prix sujets à des limites de variation.

A cela, on peut ajouter une autre critique. En effet, Kaudres (1996) utilise pour la variance conditionnelle un modèle GARCH (2, 1). Or une telle modélisation de la variance comporte une hypothèse implicite de corrélation de la variance. Ainsi, une forte volatilité est suivie par une forte volatilité et une faible volatilité est suivie par une faible volatilité. Or l'étude de la volatilité autour des réservations de cotation dans Jouaber (1996), montre une forte volatilité avant la réservation qui est réduite après la reprise de cotation. En utilisant un modèle GARCH, Kaudres (1996) corrige cet impact des limites de prix sur la volatilité. Par conséquent, le résultat auquel l'auteur aboutit serait plutôt attribuable à l'ajustement pour les limites de prix, qu'elle introduit de façon implicite à travers la prise en compte d'une variance conditionnelle.

Sutrick (1993) reconduit une étude pour tester l'hypothèse selon laquelle la volatilité des prix des futures croît quand la maturité approche. Il mène simultanément deux régressions : la première utilise les données telles quelles, et la deuxième introduit un estimateur du prix d'équilibre à chaque fois que la limite est touchée. Dans les deux cas les résultats ne supportent pas l'hypothèse de maturité. Cependant, la relation négative trouvée entre la volatilité et la maturité est encore plus marquée lorsque l'auteur tient compte des réservations. L'explication en est que l'existence d'une limite de prix sur une séance réduit la volatilité ce jour, mais elle engendre une augmentation de la volatilité la séance suivante. L'introduction d'un estimateur pour les prix réservés permet d'ajuster la volatilité en l'augmentant le premier jour et en la réduisant le deuxième. Sutrick (1993) conclue que l'utilisation des données telles quelles introduit un biais en faveur de l'hypothèse de maturité.

Des auteurs tiennent de plus en plus compte des limites de variation imposées aux prix des actifs financiers. Leurs résultats changent et deviennent plus cohérents dès qu'une correction est introduite dans les données d'origine. Désormais, ignorer les réservations de cotation dans une étude empirique ne saurait être justifié. Les méthodes proposées dans la littérature et d'autres sont exposées dans la section suivante.

3 Estimateurs du prix réservé

Toutes ces méthodes supposent une connaissance exacte de la date et de l'heure des réservations ayant eu lieu. Pour certaines méthodes, la connaissance du seuil de réservation franchi est aussi requise.

3.1 Réhabiliter les données françaises : introduire le seuil de réservation franchi

Pour comprendre cette méthode d'estimation du prix réservé, un retour sur le mécanisme de réservation à la Bourse de Paris paraît opportun.

Soit P , le processus de prix d'équilibre. A cause des seuils de réservation, ce processus n'est pas toujours observable. Soit P^* , le processus de prix observable et S_{inf} et S_{sup}

les seuils inférieur et supérieur de prix à ne pas franchir au risque d'une réservation. Ces limites, exprimées en unité de monnaie, sont variables et fonctions du nombre de réservations enregistrées depuis le début de la séance. En effet, le cours de référence et les pourcentages de variations permises sont révisés après chaque réservation.

Ainsi,

$$\begin{cases} S_{inf,i(t)} = Ref_{i(t)} \times (1 - s_{i(t)}) \\ S_{sup,i(t)} = Ref_{i(t)} \times (1 + s_{i(t)}) \end{cases}$$

$i(t) = 0 \dots n$ nombre de réservations depuis le début de la séance et jusqu'à l'instant t

Pour une première réservation ($i(t) = 0$), le cours de référence est le cours de clôture de la séance précédente $P_{c,t-1}^*$, et le seuil de réservation en pourcentage est de 10% pour les titres coté en continu A. Les seuils $S_{inf,0}$ et $S_{sup,0}$, valables en début de séance sont :

$$\begin{cases} S_{inf,0} = P_{c,t-1}^* \times (1 - s_0) \\ S_{sup,0} = P_{c,t-1}^* \times (1 + s_0) \end{cases}$$

avec $s_0 = 10\%$.

Lorsqu'un de ces seuils est franchi, il devient alors le cours de référence pour le calcul des seuils suivants. Ainsi, si une première réservation à la baisse a déjà eu lieu dans la séance, les nouveaux seuils inférieur et supérieur sont :

$$\begin{cases} S_{inf,1} = S_{inf,0} \times (1 - s_1) \\ S_{sup,1} = S_{inf,0} \times (1 + s_1) \end{cases}$$

avec $s_1 = 5\%$.

Le même procédé est appliqué après chaque réservation et tout au long de la séance. Une variation totale en pourcentage doit toutefois être respectées. Elle est de :

$$\begin{cases} s_{inf} = (0,9 \times 0,95 \times 0,95) - 1 = -18,775 \\ s_{sup} = (1,1 \times 1,05 \times 1,05) - 1 = 21,275 \end{cases}$$

D'une façon générale, si à l'instant t , un nouvel ordre recoupe les ordres déjà existants dans le carnet, un nouveau prix d'équilibre est calculé. Trois cas sont alors possibles :

1. le nouveau prix d'équilibre est en deçà du seuil inférieur de réservation S_{inf} et le titre est réservé à la baisse ;
2. le nouveau prix d'équilibre est compris entre le seuil de réservation inférieur et le seuil de réservation supérieur, la transaction a lieu et le prix est affiché ;
3. le nouveau prix d'équilibre est au-delà du seuil de réservation supérieur et le titre est réservé à la hausse.

Le prix observable à l'instant t est alors défini comme suit :

$$\begin{cases} P_t^* = ND & \text{si } P_t > S_{inf,i(t)} \\ P_t^* = P_t & \text{si } S_{inf,i(t)} \leq P_t \leq S_{sup,i(t)} \\ P_t^* = ND & \text{si } P_t < S_{sup,i(t)} \end{cases}$$

Cette procédure de cotation rend donc non observable la valeur économique du titre dans les deux cas extrêmes. L'idée est de corriger les données de cours par la réintroduction du seuil de réservation franchi. Cela permet d'estimer le prix d'équilibre non observable, par son maximum dans le cas d'une réservation à la baisse, et par son minimum dans le cas d'une réservation à la hausse.

L'estimateur par le seuil de réservation franchi se définit comme suit :

$$\begin{cases} \hat{P}_t = S_{inf,it} = \max(P_t^*) & \text{dans le cas d'une réservation à la baisse} \\ \hat{P}_t = S_{sup,it} = \min(P_t^*) & \text{dans le cas d'une réservation à la hausse} \end{cases}$$

3.2 Méthode du successeur

Cette méthode, ainsi que les deux suivantes, ont été testées par Mai et Hachette (1991) pour le remplacement des données manquantes de la base AFFI-SBF.

Elle consiste à remplacer la donnée manquante par le premier cours disponible qui suit. Ainsi,

$$\hat{P}_t = P_{t+1}^*$$

La méthode du successeur s'applique *ex post* et stipule que le prix en $t + 1$ est le meilleur estimateur du prix inconnu de t . Elle est justifiée lorsqu'il y a peu d'arrivée d'informations entre l'instant t et l'instant $t + 1$.

Son application dans le cas des réservations de cotation, revient à estimer le prix réservé par le prix à la reprise des cotations.

3.3 Méthode du prédécesseur

Elle consiste à remplacer la donnée manquante par le dernier cours disponible.

$$\hat{P}_t = P_{t-1}^*$$

L'estimation du prix réservé par son prédécesseur est justifiée sur des marchés efficients vérifiant l'hypothèse de martingale selon laquelle, le prix d'aujourd'hui est le meilleur estimateur du prix de demain.

3.4 Méthode de répartition uniforme

Cette méthode consiste à répartir uniformément la rentabilité réalisée entre le dernier cours avant le dépassement de seuil de réservation et le cours de reprise des cotations.

Soit P_0 le dernier cours coté avant l'interruption de cotation, $j = 1 \dots J$, le nombre de réservations successives et $K = J + 1$, l'heure de la reprise des cotations. Le prix non observable en j est estimé par :

$$\hat{P}_j = \frac{j \times P_K + (K - j) \times P_0}{K}$$

En cas de réservation unique, cela revient à estimer le prix réservé par la moyenne du prédécesseur et du successeur. Dans tous les cas, la méthode de répartition uniforme constituera un moins bon estimateur que le meilleur du successeur et du prédécesseur, c'est pourquoi elle ne sera pas testée dans cette étude. Un test de la moyenne du successeur et du prédécesseur est toutefois envisagé dans le cas de données horodatées.

3.5 Estimation par les meilleurs limites

Les meilleurs limites du carnet d'ordre sont une estimation empirique du domaine de définition du prix des actifs financiers. C'est une information qui peut être utilisée pour estimer la vraie valeur.

La fourchette est la différence entre le meilleur prix demandé (ask) et le meilleur prix offert (bid). Elle est ajustée en continu en fonction des nouveaux ordres d'achat et de vente enregistrés. Le prix réservé est dans cette méthode estimé par le milieu de fourchette (*MID*) défini comme suit :

$$MID_t = \frac{ask_t + bid_t}{2}$$

En effet, selon le modèle de Bume et Stambaugh (1983), si on suppose une équiprobabilité dans l'arrivée des acheteurs et vendeurs, et sous l'hypothèse de marchés efficients, la vraie valeur est localisée au milieu de la fourchette.

Lorsqu'un nouvel ordre engendre un prix en deçà du seuil de réservation inférieur et donne lieu à une réservation à la baisse, il a de fortes chances de recouper la limite inférieure du carnet d'ordre. Inversement, lorsqu'un nouvel ordre engendre un prix au delà du seuil de réservation inférieur et donne lieu à une réservation à la hausse, il a de fortes chances de recouper la limite supérieure du carnet d'ordre.

D'où l'idée d'estimer les prix réservés à la baisse par la limite inférieure du carnet d'ordre affichée juste avant la réservation, et les prix réservés à la hausse par la limite supérieure du carnet. Cette méthode d'ajustement est notée bid-ask.

3.6 Agrégation des données

Cette méthode a été utilisée pour corriger des données de clôture, par Roll(1984) puis par Lee et Chung(1996). La notion d'agrégation de données vient du fait qu'elle implique à la fois l'utilisation d'un seul estimateur et l'élimination de certaines observations.

Le principe de l'estimateur de Roll (1984) est le suivant : si une réservation est enregistrée sur une séance donnée, le prix économique de clôture pour cette séance est estimé par le prix d'ouverture de la séance suivante sans réservation.

Toutefois, les dépassements de seuils apparaissent généralement de façon séquentielle. Roll distingue alors deux cas selon le sens des réservations observées.

Dans le cas où les limites de prix touchées sont dans un même sens, le prix d'ouverture de la première séance suivante sans limite touchée est pris comme estimateur du prix économique de clôture, et toutes les séances intermédiaires sont écartées.

Lorsqu'une réservation à la hausse est suivie d'une réservation à la baisse, ou inversement, la rentabilité sur la première séance est supposée égale à zéro, et la deuxième séance est écartée. L'observation valable suivante est celle du troisième jour, si celui-ci ne connaît pas de réservation. De façon générale, si une séquence de variations limites de même sens est suivie immédiatement de séquence dans le sens opposé, le premier prix de clôture après le renversement est ramené au premier jour de la séquence initiale. Ensuite, le prix sur le premier jour sans réservation est ramené au premier jour de la deuxième séquence.

Une variante simplifiée de cette méthode est utilisée plus tard par Lee et Chung (1996) puisque ces auteurs ne prêtent pas attention au sens des variations limites. Ils utilisent le prix d'ouverture de la première séance sans réservations comme estimateur du prix de clôture d'une séance avec réservations.

L'efficacité de cette méthode est fonction de la quantité d'information et de bruit attribuable à la période d'inter-séance.

La procédure d'agrégation des données n'est pas définie pour des séries horodatées. Pour ce type de données, la méthode se ramène à l'estimation du prix réservé par le prix suivant coté.

3.7 Estimateur du maximum de vraisemblance

Cette méthode à été présentée par Sutrick(1993). L'auteur modélise le processus de variation des prix plutôt que les prix eux-mêmes. Il considère le cas d'observations quotidiennes.

Soient,

1. X_t , la variation des prix d'équilibre, sur la séance t . X_t n'est pas observable en cas de réservation de cotation. La volatilité de X_t est notée σ_t .

2. X_t^* est la variation de prix observable qui n'est autre que le processus de prix d'équilibre X sujet à des limites de prix. Une réalisation particulière de X_t^* est notée x_t^*
3. L est la variation limite de prix. Considérant la réglementation française, elle serait égale au seuil de réservation en pourcentage multiplié par le cours de référence.

Sutrick fait les hypothèses suivantes :

1. Les variations des prix d'équilibre suivent une loi normale.
2. L'existence de limites de prix n'affecte pas les prix d'équilibre. En effet entre un instant $t = 0$ et un instant $t = 2$, la variation totale de prix est la même qu'il y ait eu ou pas réservation de cotation à l'instant $t = 1$. Seules les variations partielles sont différentes. Ainsi, si une limite est touchée au cours d'une séance donnée mais pas pendant la séance suivante, cette hypothèse implique

$$X_1 + X_2 = X_1^* + X_2^*$$

ou encore, en remplaçant X_1^* par sa valeur,

$$X_1 + X_2 = L + X_2^*$$

Le prix d'équilibre non observé est le paramètre inconnu de la fonction de vraisemblance. L'estimateur du maximum de vraisemblance est $\hat{X} = (\hat{X}_1, \dots, \hat{X}_j)$ tel que,

$$\hat{X} = \arg \max_{X_1, \dots, X_j} L(X_1, \dots, X_j \mid x_1^*, \dots, x_j^*) \quad (2)$$

où les X_i sont supposés suivre une loi normale.

Les contraintes de maximisation découlent du set de probabilité conditionnelle déterminé par les limites de prix.

Si pendant la première séance, le prix termine sur la limite supérieure, et que le prix à la deuxième séance n'est pas réservé, on a :

$$\begin{cases} X_1^* = L \\ X_2^* = x_2^* \end{cases} \quad \text{avec } -L < x_2^* < L$$

Le set de probabilité conditionnelle s'écrit alors :

$$[x_1, x_2 \mid x_1 > L \quad , \quad x_2 = L + x_2^* - x_1]$$

L'estimateur par le maximum de vraisemblance est donc :

$$\begin{aligned}
\hat{X} &= (\hat{X}_1, \hat{X}_2) \\
&= \arg \left(\begin{array}{c} \max \\ X_1 \geq L \\ X_1 + X_2 = L + x_2^* \end{array} \right) \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-X_1^2/(2\sigma_1^2) - X_2^2/(2\sigma_2^2)} \\
&= \left(\max\left(L, \frac{\sigma_1^2(L + x_2^*)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right), \min\left(x_2^*, \frac{\sigma_2^2(L + x_2^*)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \right)
\end{aligned} \tag{3}$$

Outre la normalité des variations de prix, l'application de cette méthode suppose une estimation empirique instantanée de la volatilité des variations de prix. De plus, la formule finale de l'estimateur du maximum de vraisemblance devient très lourde dans les cas de réservations répétées. C'est pourquoi l'utilisation de l'estimateur du maximum de vraisemblance comme procédure d'ajustement pour les réservations de cotation, peut soulever certaines difficultés d'ordre pratique. Il sera donc écarté lors les tests envisagés dans la suite de l'étude.

3.8 Estimation par l'espérance conditionnelle

Cette méthode consiste à estimer le prix en t par son espérance conditionnelle aux prix observés :

$$\hat{P}_t = E[P_t \mid P_1^*, \dots, P_j^*]$$

et en termes de variations de prix X_t :

$$\begin{aligned}
\hat{X}_t &= E[X_t \mid x_1^*, \dots, x_j^*] \\
&= \int x_t \text{Proba}[X_t \mid x_1^*, \dots, x_j^*]
\end{aligned} \tag{4}$$

Dans le cas le plus simple d'une réservation à la hausse sur la première séance, et une cotation non interrompue sur la deuxième, et avec les mêmes hypothèses que celles établies dans la méthode de l'estimateur du maximum de vraisemblance, à savoir :

1. Les variations des prix d'équilibre suivent une loi normale.
2. L'existence de limites de prix n'affecte pas les prix d'équilibre.

l'estimateur par la méthode de l'espérance conditionnelle s'écrit :

$$\hat{X}_1 = \frac{\int_L^\infty x_1 \exp[-x_1^2/2\sigma_1^2 - (L + x_2^* - x_1)^2/2\sigma_2^2] dx_1}{\int_L^\infty \exp[-x_1^2/2\sigma_1^2 - (L + x_2^* - x_1)^2/2\sigma_2^2] dx_1} \tag{5}$$

Comme l'estimateur du maximum de vraisemblance, cet estimateur trouve une limite dans l'hypothèse de normalité imposée aux variations de prix et aussi dans l'estimation empirique et instantanée de la volatilité. Son implémentation nécessite le recours aux méthodes numériques pour le calcul des intégrales, ce qui rend la tâche difficile, voire impossible dans le cas de réservations répétées.

3.9 Utilisation d'un estimateur implicite

Cette méthode s'applique surtout pour les marchés de produits dérivés où des relations de parité peuvent être établies. Une estimation du prix réservé peut alors en être déduite. Ainsi, Kaudres (93) et Yang et Brorsen (1995) utilisent les prix spot pour estimer les prix réservés des futures.

Faute de relations équivalentes sur tous les marchés financiers, sa généralisation ne peut être possible.

4 Méthodes spécifiques aux modèles de régressions

Dans les méthodologies de recherche utilisant des modèles de régression, l'ajustement aux réservations de cotation doit se faire suivant des méthodes spécifiques. Les deux premières méthodes s'appliquent dans le cas de données originelles regroupant des périodes de cotation en continu et des périodes d'interruption de cotation. La troisième, tient compte du caractère endogène ou exogène de la variable sujette à des réservations de cotation.

4.1 Echantillon sans réservations de cotation

Il s'agit d'examiner de près les données afin d'identifier les prix résultant d'une application des règles de réservation de cotation. La méthode consiste à les écarter purement et simplement tout en respectant une certaine marge de sécurité autour de la réservation. Le but étant d'éliminer de l'étude tout prix de transaction dont la valeur est susceptible de renfermer un quelconque effet dû à la réservation en question. Le fait que les données de transaction listées sur le marché français ne renferment pas le " prix " qui a engendré la réservation n'est pas suffisant pour écarter le biais qui lui est attribuable. Ainsi, Jouaber (1996) estime que l'effet d'une réservation commence à être perceptible deux heures avant l'arrêt des transactions dû au dépassement de seuil, et se poursuit sur une période de quatorze heures de bourse après la reprise des cotations. En éliminant les données relatives à cette période, l'échantillon final ne devrait renfermer que des données nettes de tout biais attribuable aux limites de prix imposées par la réglementation. Les résultats des études menées avec des données ajustées de la sorte ne devraient traduire que le seul effet de l'événement objet de l'analyse. Lee et Chung (1996) appliquent entre autres cette méthode pour tester l'efficience du marché coréen des actions.

Cette méthode a cependant un inconvénient majeur en cas de titres connaissant des réservations répétitives. La taille de l'échantillon peut en effet s'en trouver considérablement réduite. Ainsi, il apparaît dans Jouaber (1997) que, entre juillet 1990 et mars 1994, sur l'ensemble des titres réservés sur la Bourse de Paris, un titre coté en continu A a connu en moyenne 1,91 réservations par séance, et un titre du continu B 2,26 réservations. Les méthodes suivantes permettant de palier à cet inconvénient.

4.2 Différenciation des résultats

Au lieu d'écarter purement et simplement les données autour des réservations de cotation, cette méthode préconise la différenciation des résultats par la distinction dans l'étude, entre les périodes d'interruption de cotation et celles de cotation continue. Concrètement, il s'agit de définir une variable binaire qui vaut 1 sur la période entourant la réservation de cotation et zéro ailleurs. La valeur que prendrait le coefficient de cette variable mesure l'effet attribuable aux réservations de cotation. Le reste des coefficients de la régression ne reflètent désormais que l'unique effet attribuable à la variable qu'ils contrôlent.

Pour une analyse plus rigoureuse, la variable binaire unique peut être remplacée par une séquence de ces mêmes variables. Leur nombre est fixé selon la fréquence des données utilisées dans l'étude. Par exemple, avec des données journalières, le nombre des variables serait égal au nombre des séances critiques autour des réservations. Il serait égal au nombre d'heures suspectes pour des données horaires, et ainsi de suite. L'impact peut en effet être différent selon la durée restante ou écoulée par rapport à la réservation. Ainsi dans une régression du type :

$$Y_t = a_0 + a_1 R_t \tag{6}$$

des variables binaires peuvent être ajoutées aux variables explicatives pour capter un éventuel effet des réservations de cotation sur une période de trois séances. L'équation 6 devient :

$$Y_t = a_0 + a_1 R_t + b_{-1} D_{t-1} + b_0 D_t + b_{+1} D_{t+1} \tag{7}$$

Avec D_t variable binaire qui vaut 1 si des réservations sont enregistrées sur la séance t , et zéro ailleurs.

En outre, Comme la réglementation sur les seuils de variations autorisées est changeante, des variables binaires doivent être prévues afin de contrôler pour les différents régimes en vigueur sur toute la période d'étude.

Roll (1984) opte pour des variables binaires multiplicatives (*slope dummies*) plutôt qu'additives (*intercept dummies*). Ces variables mesurent ainsi la pente due aux limites de prix, et non la déviation par rapport à l'axe. L'auteur utilise un modèle du type :

$$Y_t = a_0 + a_1 R_t + b_{-1} \delta_{t-1} R_{t-1} + b_0 \delta_t R_t + b_1 \delta_{t+1} R_{t+1}$$

où δ_t est la variable binaire multiplicative. Elle vaut un les séances de réservations et zéro ailleurs. Cette classe de modèles permet de tenir compte des changements éventuels de régime. Le sens de la variation du prix à l'origine de la réservation, est pris en compte puisque la variable binaire est pondérée par la rentabilité. Son signe est donc préservé.

L'avantage de la méthode de différenciation des résultats est de permettre de conclure quant à l'impact de l'événement étudié, aussi bien sur les périodes de cotation continue que lors des périodes de dépassements de seuils. L'impact dû aux réservations est en effet isolé et quantifié par les variables binaires. Mais son inconvénient réside dans le fait qu'elle n'est applicable que dans des études qui suivent une méthodologie par régressions.

4.3 Modèle tobit : modèle à variable dépendante limitée

La modélisation Tobit est une méthode économétrique d'estimation d'un modèle à variable dépendante censurée. Dans un modèle économétrique, la variable dépendante peut être soit censurée soit tronquée, s'il existe une valeur seuil au-delà de laquelle aucune observation ne peut être faite.

Elle est dite tronquée si la connaissance de sa valeur conditionne celle des variables indépendantes qui restent non observables tant que le seuil est franchi par la variable dépendante.

Elle est dite censurée si les variables indépendantes demeurent observables quelle que soit la valeur de la variable dépendante.

Les modèles utilisant comme variable dépendante les prix des actifs financiers, sujet à des limites de prix, peuvent ainsi être formalisés selon un modèle tobit.

Le modèle tobit postule l'existence d'une variable latente rattachée à la variable censurée qui, à l'opposé, peut prendre n'importe quelle valeur. Si la valeur de la variable latente est supérieure au seuil, variable latente et variable observée coïncident. Si la variable latente est inférieure au seuil, la variable observée est égale au seuil.

Pour un modèle linéaire de la forme :

$$Y = XB + U$$

où Y est une variable dépendante censurée au seuil S , le modèle tobit correspondant s'écrit :

$$\begin{cases} Y^*_t = X_t B + U_t \\ Y_t = Y^*_t & \text{si } Y^*_t < S \\ Y_t = S & \text{sinon} \end{cases}$$

Y^* étant la variable latente.

Dans le cadre de cette étude, la variable latente serait la vraie valeur, ou encore la rentabilité¹, du titre étudié. Tant que le cours de transaction, variable censurée, n'a pas dépassé le seuil de réservation, la vraie valeur peut être observée et évaluée par le cours coté. Lorsqu'une réservation est appliquée, le cours n'est plus observable, mais la valeur économique du titre évolue librement.

Différentes méthodes d'estimation du modèle tobit sont possibles, mais la plus fréquemment utilisée est la méthode d'estimation par le maximum de vraisemblance.

Cette classe de modèles offre une solution pour modéliser les prix des actifs financiers sujet à des limites de prix. Son application reste cependant restreinte aux régressions où le cours de transaction apparaît uniquement comme variable dépendante. Les modèles avec variable indépendante censurée sortent en effet du champ d'application du processus tobit. Toutefois, une combinaison de processus tobit pour la variable dépendante et d'une autre méthode d'ajustement pour la variable indépendante reste envisageable. Yang et Brorsen (1995), par exemple, estiment un modèle où la rentabilité apparaît à la fois comme variable expliquée et variable explicative. Pour tenir compte des limites de prix en vigueur sur le marché des futures, ils utilisent un modèle tobit pour la variable dépendante, et un estimateur qui utilise le prix spot pour ajuster la variable indépendante.

5 Meilleur estimateur du prix d'équilibre

Une approche par simulation est ici adoptée pour tester les méthodes d'estimation du prix réservé. Disposant d'une première série (série A) de prix économiques d'équilibre, une deuxième série de prix limités (série B) est alors obtenue suite à la simulation de règles fictives de réservation de cotation. Les prix réservés sont remplacés par les différents estimateurs à tester. La connaissance des vraies valeurs au moment de la réservation, permet d'identifier parmi les estimateurs testés, celui ou ceux qui s'en rapprochent le plus.

5.1 Simulation de règles de réservation de cotation

Malgré les développements récents de la modélisation des prix des actifs financiers, de nombreux aspects du fonctionnement des marchés échappent encore aux formulations mathématiques. Les méthodes de simulation de processus de prix soulèvent encore diverses critiques.

Brown et Warner (1985) préconisent une méthodologie de simulation fondée sur les cours boursiers. De cette façon, il n'est plus besoin de définir la loi suivie par le processus

1. Si la variable dépendante du modèle est la valeur du titre, le seuil S correspond à la variation permise exprimée en unité monétaire. En revanche, si le modèle explique la rentabilité, le seuil est s , le pourcentage de variation permis.

de prix des actions. Cette étude suit la même démarche en partant d'une série initiale de prix d'équilibre sur laquelle des règles fictives de réservation de cotation sont par la suite appliquées.

Il ne faut cependant pas ignorer les réservations réellement existantes sur la Bourse de Paris et dont l'effet se retrouve forcément dans la série prise pour série initiale. Afin de tenir compte de ces réservations réelles², des précautions sont nécessaires et ce à deux niveaux.

D'abord, au niveau du choix des données. En effet, les prix cotés résultent de l'application des règles de réservation en place à Paris (réservations effectives). Jouaber(1996) montre que l'effet d'une réservation de cotation peut se prolonger sur deux séances de Bourse autour de la date de dépassement du seuil limite de variation. Ainsi, dans la construction de la série A, les données sur deux séances autour de chaque réservation effective ont été écartées.

Ensuite, des précautions sont prises au niveau de la définition des règles de réservation simulées sur la série A et qui permettent d'obtenir la série limitée B. L'anticipation des réservations de cotation par le marché est probable dès que la variation du cours approche le seuil de réservation. Dans la réalité, sur les titres du continu A, ce seuil est fixé à 10% du dernier cours de clôture pour une première réservation, et est ramené à deux fois 5% pour les réservations suivantes. Les seuils de réservation simulés ici doivent donc éviter cette zone de variation de prix où une précipitation des cours est possible. Ainsi, deux règles de réservation sont simulées sur la série A et permettent d'obtenir deux séries B (la série B1 et la série B2). Elles sont définies dans le tableau 1.

<i>Règles de réservation</i>		<i>Réelle</i>	<i>Simulée : Série B1</i>	<i>Simulée : Série B2</i>
<i>Première réservation</i>	<i>Référence seuil</i>	dc^* $\pm 10\%$	dc $\pm 4\%$	dc $\pm 5\%$
	<i>Durée</i>	15 mn	15 mn	15 mn
<i>Réservations suivantes</i>	<i>Référence seuil</i>	dsf^{**} $\pm 5\%$	dsf $\pm 2\%$	dsf $\pm 2,5\%$
	<i>Durée</i>	15 mn	15 mn	15 mn
<i>Variation maximale par séance</i>		+21,2750% -18,775%	+8,2016% -7,8016%	+10,3156% -9,6906%

* dc : dernière clôture. ** dsf : dernier seuil franchi.

TAB. 1 – *Règles de réservations simulées*

La série B1 résulte de l'application d'une première limite de variation des prix de 4%,

2. Il faut distinguer ici entre réservation réelle et réservation simulée : par réservations réelles ou encore effectives, on entend les réservations appliquées sur la Bourse de Paris et qui frappent la série initiale de cours. Les réservations simulées ou encore fictives, sont celles qui résultent de la simulation de règles fictives de réservation sur cette même série.

suivi de deux limites de 2% chacune.

La série B2 résulte de l'application d'une première limite de variation des prix de 5%, suivi de deux limites de 2,5% chacune.

Ainsi, les variations de cours proches du seuil réel appliqué à la Bourse de Paris ne viennent pas perturber les tests envisagés dans cette étude.

La série A renferme finalement 554 229 prix de titres du continu A cotés sur le marché parisien.

	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>
<i>Taille initiale*</i>	554229	554229
<i>Total réservations simulées</i>	4125	1904
<i>Réservations à la baisse</i>	1949	912
<i>Réservations à la hausse</i>	2176	992
<i>Prix durant la période de réservation</i>	10748	5036
<i>Total prix désormais non observés</i>	14836	7333
<i>Ouvertures retardées</i>	405	192
<i>Clôtures avancées</i>	628	297
<i>Taille finale</i>	539356	546896

* :Il s'agit ici de la taille de la série A.

TAB. 2 – *Caractéristiques des réservations simulées*

Les résultats des simulations sont groupés dans le tableau 2. L'imposition d'une limite de prix se traduit par une perte de données croissante avec les restrictions instaurées sur les variations de cours. La taille de la série finale observable par les acteurs du marché est le résultat de l'élimination de tout prix dont la variation par rapport au cours de référence dépasse le seuil prédéfini. Mais aussi, de l'élimination de tous les cours survenant pendant la période de réservation de 15 mn. Cette durée, la même qu'en réalité, ne devrait connaître aucune confrontation entre les ordres acheteurs et vendeurs, donc aucune cotation. Elle correspond alors à une perte d'opportunité d'échange non mesurable sur le marché mais qui peut être estimée ici à 2,6 fois le nombre de réservations de cotation. En lui additionnant les cours en dépassement de seuil et qui sont à l'origine des réservations, la perte totale constitue au final près de 4 fois le nombre de réservations observées (14 836 prix non observables pour B1 et 7 333 pour B2).

Les données initiales de la série A étant des cours horodatés, pour chacun des seuils simulés, la série finale B permet de tester les différents estimateurs selon toutes les fréquences possibles d'extraction de données (horodatées, toutes les heures, toutes les séances...). Trois modes ont été testés ici: des données horodatées, des données sur cours d'ouvertures et des données sur cours de clôture. Le tableau 2 montre qu'après la simulation des règles de réservation de cotation sur la série A, certaines séances débutent

par une ou plusieurs réservations successives (405 pour B1 et 192 pour B2), ce qui résulte dans des ouvertures de séance retardées. De même, certaines séances clôturent sur une ou plusieurs réservations successives. Le prochain cours à l'intérieur des limites de prix ne sera affiché qu'à la séance suivante. Il s'agit des clôtures avancées (628 pour B1 et 297 pour B2).

5.2 Estimation du prix d'équilibre manquant

A partir de chacune des séries simulées B1 et B2, sont extraites trois tables de données. La première contient des données en horodaté, la deuxième des cours d'ouverture et la troisième des cours de clôture.

Pour les données horodatées, chaque réservation correspond à un prix manquant qui va être remplacé tour à tour par l'une des méthodes à tester. Les ouvertures retardées sont isolées sur la deuxième table pour être remplacées par les estimateurs possibles. Le même procédé est appliqué aux clôtures avancées sur la troisième table.

Trois critères sont utilisés afin de comparer les différentes méthodes testées. Leurs valeurs respectives figurent dans les colonnes des tableaux 3, 4 et 5. Le pourcentage de données manquantes remplacées constitue le premier. En effet, de part leurs définitions, certaines procédures de remplacement des données manquantes ne peuvent être appliquées à tous les prix réservés³.

Pour chaque procédure d'ajustement, l'écart moyen (EM) par rapport à la vraie valeur est calculé de deux façons différentes. D'abord en utilisant seulement les prix réservés qui ont pu être estimés par toutes les méthodes (EM1) :

$$EM1_i = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^T (P_t - \hat{P}_i t)^2}$$

T est le nombre de données manquantes que toutes les méthodes testées ont permis de remplacer, et i est l'estimateur testé.

Ainsi calculé, EM1 mesure la précision relative de chaque méthode d'ajustement. Ce critère est pertinent si le but est d'avoir un meilleur ajustement possible des données manquantes sans se soucier du nombre de données remplacées.

L'écart moyen est ensuite calculé pour chaque procédure sur la base de tous les prix manquants remplacés (EM2) :

3. En effet, il est possible d'avoir sur une séance, tous les prix d'équilibre au-delà des limites imposées par la simulation. Autrement dit, il y a eu des réservations successives. Par conséquent, aucun cours n'est observable. L'estimation par les méthodes du successeur et du prédécesseur sur des prix observés en horodatées ne peut être faite. Dans ce cas, seules les méthodes utilisant un estimateur toujours mesurable comme le seuil de réservation franchi, peuvent être appliquées. Des cas analogues sont constatés sur les données d'ouverture et sur celles de clôture.

$$EM2_i = \sqrt{\frac{1}{T_i} \sum_1^T (P_t - \hat{P}_i t)^2}$$

avec T_i le nombre de données manquantes remplacées par la méthode i .

EM2 mesure la précision absolue de chaque procédure. Il tient compte à la fois du nombre de données ajustées et de la précision d'ajustement. Les méthodes qui donnent les EM2 les plus faibles, sont celles qui doivent être utilisées pour avoir un maximum de données remplacées avec un moindre écart.

<i>Estimateur</i>	<i>Données estimées</i>		<i>EM1</i>		<i>EM2</i>	
	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>
<i>Clôture simulée</i>	88,32%	87,76%	0,026112	0,031205	0,029512	0,032835
<i>Seuil franchi</i>	100%	100%	0,016843	0,019635	0,021399	0,021897
<i>Milieu de la fourchette</i>	96,80%	98,64%	0,022473	0,025321	0,029599	0,032418
<i>Méthode de Roll</i>	69,28%	79,93%	0,028391	0,030282	0,032719	0,035496
<i>Ouverture précédente</i>	88,32%	87,76%	0,027990	0,031478	0,043291	0,049851
<i>Ouverture suivante</i>	95,20%	96,94%	0,023271	0,026411	0,024772	0,027999
<i>Moyenne</i>	69,44%	78,57%	0,027385	0,033492	0,029071	0,034269
<i>Clôture précédente</i>	83,20%	88,10%	0,043924	0,053873	0,048142	0,056189
<i>Clôture suivante</i>	81,92%	88,78%	0,040005	0,046987	0,028441	0,032182
<i>Bid-Ask</i>	96,80%	98,64%	0,024084	0,025168	0,031227	0,034254

TAB. 3 – *Estimateurs pour clôtures avancées*

L'estimateur qui permet de remplacer tous les prix réservés est le seuil franchi. En revanche, la perte de données est maximale avec la méthode de Roll, qui agrège les données en cas de réservations répétitives, et avec la méthode de la moyenne qui combine les données non remplacées par le prédécesseur et par le successeur.

Le biais engendré par l'utilisation du dernier cours coté lorsque la séance clôture sur une réservation de cotation, est mesurée par la première ligne du tableaux 3. De même, le biais qui résulte de l'approximation du prix d'ouverture par le premier prix coté lorsque la séance a débute par une réservation de cotation figure sur la première ligne du tableau 4. Une procédure d'ajustement est efficace lorsqu'elle permet de réduire ces valeurs. Dans le cas des données horodatées, une méthode de remplacement des prix réservés est efficace dès lors qu'elle fournisse une estimation pour une donnée manquante.

Pour toutes les fréquences de données, le meilleur estimateur du prix réservé est le seuil de réservation franchi. Pour les cours de clôture, il s'agit du seuil franchi par le prix d'équilibre et qui a enclenché la dernière réservation de la séance. Sur des données d'ouverture de séance, il s'agit du seuil franchi par le prix d'équilibre et qui a enclenché

la dernière réservation avant la première cotation de la séance. Ce résultat est le même pour les deux simulations.

Les clôtures avancées peuvent être efficacement ajustées par le milieu de la fourchette ou encore par l'ouverture de la séance suivante. Cependant, tous les autres estimateurs ne permettent pas d'améliorer la qualité des prix clôtures habituellement calculés.

Sur les données d'ouvertures, hormis le seuil de réservation, aucune autre méthode d'ajustement ne s'avère être efficace pour remplacer le procédé habituel d'extraction des prix d'ouverture en cas de réservation de cotation.

<i>Estimateur</i>	<i>Données estimées</i>		<i>EM1</i>		<i>EM2</i>	
	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>
<i>Ouverture simulée</i>	81,84%	81,05%	0,028536	0,035350	0,026837	0,033659
<i>Seuil franchi</i>	100%	100%	0,019890	0,026490	0,023699	0,026564
<i>Milieu de la fourchette</i>	74,63%	78,95%	0,047983	0,064540	0,051374	0,064948
<i>Méthode de Roll</i>	53,98%	63,68%	0,040466	0,046649	0,040759	0,047694
<i>Ouverture précédente</i>	94,53%	96,84%	0,052634	0,068726	0,058318	0,070713
<i>Ouverture suivante</i>	98,51%	100%	0,036744	0,046544	0,038962	0,045983
<i>Moyenne</i>	93,03%	96,84%	0,040305	0,052365	0,042299	0,052880
<i>Clôture précédente</i>	94,53%	96,84%	0,055265	0,071087	0,058678	0,070953
<i>Clôture suivante</i>	81,84%	81,05%	0,033095	0,040585	0,032573	0,037731
<i>Bid-Ask</i>	74,63%	78,95%	0,040599	0,055936	0,043299	0,055030

TAB. 4 – *Estimateurs pour ouvertures retardées*

Sur des données extraites en horodaté, en plus du seuil franchi, deux procédures de remplacement conduisent relativement à de faibles écarts : la méthode du bid-ask et celle du successeur.

<i>Estimateur</i>	<i>Données estimées</i>		<i>EM1</i>		<i>EM2</i>	
	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>	<i>Série B1</i>	<i>Série B2</i>
<i>Seuil franchi</i>	100%	100%	0,010103	0,011469	0,016638	0,015788
<i>Milieu de la fourchette</i>	70,79%	76,58%	0,020774	0,024990	0,029757	0,024439
<i>Cours précédent</i>	70,79%	76,58%	0,024544	0,028897	0,034028	0,028542
<i>Cours suivant</i>	70,76%	76,68%	0,015659	0,018865	0,019299	0,016352
<i>Moyenne</i>	54,38%	61,82%	0,017945	0,021405	0,021405	0,017945
<i>Bid-Ask</i>	70,79%	76,57%	0,014121	0,017934	0,0122086	0,017609

TAB. 5 – *Estimateurs pour prix réservés*

5.3 Biais dans les régressions

Les régressions économétriques sont d'une très grande utilisation dans la recherche en finance. L'utilisation de données de cours non corrigées pour les réservations de cotation peut biaiser les résultats. Dans cette section, une nouvelle simulation permet de mesurer le biais attribuable à chacun des estimateurs testés. Seul le cas des régressions linéaires avec comme variable indépendante la rentabilité calculée sur la base du prix sujet à des réservations, est considéré ici.

La méthode consiste à générer une variable dépendante Y suivant un modèle linéaire dont la variable indépendante est la rentabilité R_t :

$$Y_t = \alpha + \beta R_t + \epsilon_t$$

ϵ_t étant une perturbation qui suit une loi normale standard $N(0, 1)$.

Dans la simulation, la variable Y est générée avec les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

Le modèle est dans un premier temps estimé avec, comme variable indépendante, la rentabilité sur les vrais prix avant application des règles de réservation de cotation (série A). Ce qui revient à régresser Y_t sur les données qui ont permis de la générer. Les coefficients obtenus sont considérés comme sans biais.

Le modèle est ensuite reconduit pour chacune des méthodes de remplacement des données réservées. Ce qui revient à régresser Y_t sur la rentabilité estimée \hat{R}_t . Les coefficients $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ sont comparés respectivement aux coefficients sans biais α et β . L'erreur est mesurée par la valeur absolue des écarts :

$$\begin{cases} |\alpha - \hat{\alpha}| \\ |\beta - \hat{\beta}| \end{cases}$$

Les résultats sur les données de clôture, d'ouverture et horodatées sont groupés respectivement dans les tableaux 6, 7 et 8.

Sur des données de clôture de séances, deux procédures d'ajustement permettent de réduire au mieux l'erreur sur les coefficients de la régression, aussi bien au niveau de la constante, qu'au niveau du coefficient de la variable indépendante. Il s'agit du seuil de réservation et du milieu de la fourchette. La méthode de Roll permet d'obtenir une bonne estimation du coefficient de la variable indépendante, mais l'erreur sur la constante est élevée.

<i>Estimateur</i>	<i>Constante</i>		<i>Variable indépendante</i>	
	<i>Coefficient</i>	<i>Erreur</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Erreur</i>
<i>Valeurs sans biais</i>	-0,010219	0,000000	1,166251	0,000000
<i>Clôture simulée</i>	-0,009808	0,000411	0,926869	0,239382
<i>Milieu de la Fourchette</i>	-0,010072	0,000146	1,007409	0,158841
<i>Seuil franchi</i>	-0,010175	0,000044	1,111927	0,054324
<i>Clôture précédente</i>	-0,010130	0,000089	0,653516	0,512735
<i>Clôture suivante</i>	-0,011270	0,001051	0,999998	0,166253
<i>Moyenne</i>	-0,011009	0,000790	0,927018	0,239232
<i>Ouverture précédente</i>	-0,009815	0,000404	0,930890	0,235361
<i>Ouverture suivante</i>	-0,010638	0,000419	0,920163	0,246088
<i>Méthode de Roll</i>	-0,012572	0,002353	1,063919	0,102332
<i>Bid-Ask</i>	-0,009933	0,000286	0,919293	0,246957
<i>Sans réservations</i>	-0,011656	0,001438	0,326145	0,840105

TAB. 6 – *Biais dans les régressions utilisant des cours de clôture réservés (série B1)*

<i>Estimateur</i>	<i>Constante</i>		<i>Variable indépendante</i>	
	<i>Coefficient</i>	<i>Erreur</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Erreur</i>
<i>Valeurs sans biais</i>	0,005117	0,000000	1,160273	0,000000
<i>Ouverture simulée</i>	0,005240	0,000123	1,023152	0,137120
<i>Milieu de la Fourchette</i>	0,004677	0,000440	0,855297	0,304976
<i>Seuil franchi</i>	0,005222	0,000105	0,996174	0,164099
<i>Ouverture précédente</i>	0,004940	0,000177	0,858030	0,302243
<i>Ouverture suivante</i>	0,005080	0,000037	1,134655	0,025618
<i>Moyenne</i>	0,006936	0,001819	0,991687	0,168586
<i>Clôture précédente</i>	0,004989	0,000128	0,739320	0,420952
<i>Clôture suivante</i>	0,005239	0,000122	1,030900	0,129373
<i>Méthode de Roll</i>	0,006388	0,001271	1,078372	0,081900
<i>Bid-Ask</i>	0,004648	0,000469	0,912314	0,247959
<i>Sans réservations</i>	0,007634	0,002517	0,856901	0,303372

TAB. 7 – *Biais dans les régressions utilisant des données d'ouverture réservées (série B1)*

Sur des données d'ouverture, l'estimation du cours d'ouverture retardée par l'ouverture ou par la clôture de la séance suivante permet d'avoir des coefficients avec le minimum d'erreur aussi bien sur la constante que sur la variable indépendante. La méthode de Roll aboutit à un coefficient de la variable indépendante faiblement biaisé alors que ce n'est pas le cas pour la constante.

<i>Estimateur</i>	<i>Constante</i>		<i>Variable indépendante</i>	
	<i>Coefficient</i>	<i>Erreur</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Erreur</i>
<i>Valeurs sans biais</i>	0,002624	0,000000	0,425603	0,000000
<i>Milieu de la Fourchette</i>	0,425603	0,004618	0,918066	0,492463
<i>Seuil franchi</i>	0,005649	0,003025	0,604147	0,178543
<i>Cours précédent</i>	-0,001941	0,004565	1,199185	0,773582
<i>Cours suivant</i>	0,015840	0,013216	-0,830658	1,256261
<i>Moyenne</i>	-0,001670	0,004294	1,265268	0,839664
<i>Bid-Ask</i>	-0,001176	0,003800	0,501311	0,075708

TAB. 8 – *Biais dans les régressions utilisant des données horodatées (série B1)*

S'agissant de régression utilisant des données horodatées, le remplacement du prix réservé par la méthode du bid-ask ou par le seuil se traduit par le plus faible biais.

	<i>Ouverture</i>	<i>Clôture</i>	Horodaté
<i>Régressions</i>	Ouverture ou clôture suivantes, Roll	Seuil, milieu, Roll	Bid-ask, seuil
<i>Autres</i>	seuil	seuil, milieu, clôture suivante	seuil, bid-ask

TAB. 9 – *Récapitulatif des meilleurs estimateurs du prix réservé*

6 Conclusions

Ignorer les prix manquants quand les cours sont sujets à des réservations de cotation, n'est pas la meilleure méthodologie à suivre. Pourtant, c'est souvent la pratique suivie dans de nombreuses recherches utilisant les données de cours boursiers. Dans les cas où l'élimination pure et simple des périodes de réservations ne peut être envisagée faute

d'échantillon de taille suffisamment grande, l'utilisation de méthodes de remplacement des prix réservés s'avère nécessaire.

La comparaison de différentes procédures d'ajustement pour les réservations de cotation montre que les meilleurs estimateurs des prix réservés ne sont pas toujours les mêmes compte tenu de la fréquence d'extraction des données, et de la méthodologie de recherche suivie. Le tableau 9 récapitule les résultats obtenus. Deux conclusions principales en découlent.

D'abord, à l'exception des régressions faites avec des données d'ouverture, quelle que soit la fréquence d'extraction des données, et quel que soit la procédure de recherche employée, le seuil de réservation franchi est un meilleur estimateur du prix réservé. Cette conclusion peut s'expliquer par le fait que le seuil de réservation ne fait l'objet d'aucune hypothèse. Il découle au contraire d'une certitude : c'est en effet la valeur extrême connue avec certitude de la zone de définition du prix réservé.

De plus, les meilleures limites du carnet d'ordre constituent un meilleur estimateur du prix réservé pour toute méthodologie de recherche utilisant des données à haute fréquence. En effet, les meilleures limites du carnet d'ordre sont affichées en continu. Leurs valeurs s'ajustent avec une fréquence encore plus élevée que les cours de transaction. Ainsi, un nouvel ordre, d'achat ou de vente, modifie les limites du carnet, mais ne donne pas forcément lieu à un échange. Le milieu de la dernière fourchette affichée avant la réservation de cotation constitue donc une bonne indication sur le prix réservé.

Références

- [1] BROWN et WARNER, 1980, *Measuring security price performance*, Journal of Financial Economics, n 8, P 205-258, 1980.
- [2] BROWN et WARNER, 1985, *Using daily stock returns: the case of event studies*, Journal of Financial Economics, n 14, P 3-31, 1985.
- [3] GOURIEROUX, 1982, *Modèles à variables dépendantes limitées*, Thèse de Doctorat d'Etat, Rouen 1982.
- [4] HACHETTE et MAI, 1991, *Remplacement des données manquantes dans la base AFFI-SBF*, Cahier de Recherche du CEREG, n 91-13, 1991.
- [5] JOUABER, 1996, *Etude du comportement du marché autour des interruptions de cotation*, Cahier de Recherche du CEREG, n 9612, 1996.
- [6] JOUABER, 1997, *Les interruptions de cotation*, Rapport destiné au Service des Etudes et de la Stratégie de la SBF, juillet 1997.
- [7] KAUDRES, 1993, *Tests of unbiasedness in the foreign exchange futures markets: An examination of price limits and conditional heteroscedasticity*, Journal of Business, vol 66, n 3, P 463-490, 1993.

- [8] LEE et CHUNG, 1996, *Price limits and stock market efficiency*, Journal of Business Finance and Accounting, vol 23, n 4, P 585-601, Juin 1996.
- [9] NAUGHTON et THEOBALD, 1993, *Pricing securities with embedded options in the context of price limits: a study of Taiwan*, Research in International Business and Finance, vol 10, P 277-292, 1993.
- [10] ROLL, 1984, *Orange juice and weather*, American Economic Review, P 861-880, septembre 1984.
- [11] SUTRICK K. H., 1993, *Reducing the bias in empirical studies due to limit moves*, Journal of Futures Markets, vol 13, n 5, P 527-543, 1993.
- [12] YANG et BRORSEN., 1995, *Price limits as an explanation of thin-tailedness in pork bellies futures prices*, Journal of Futures Markets, vol 15, n 1, P 45-59, 1995.